

दो चर रैखिक समीकरण

पाठ—3 कक्षा—10

समीकरण $2x+3y+4=0$

रैखिक समीकरण दो चर कहलाता है x और y दो चर हैं।

व्यापक रूप से

$$ax+by+c=0$$

जहाँ a और b गुणांक है c अचर है।

समीकरण युग्म –

$$\text{समीकरण } -2x+3y+4=0 \text{ -----1}$$

$$x + y + 5=0 \text{ -----2}$$

समीकरण युग्म कहलाता है।

व्यापक रूप में $a_1x+b_1y+c_1=0$ ----- (1)

$a_2x+b_2y+c_2=0$ ----- (2)

जहाँ a_1, b_1, a_2, b_2 चारों के गुणांक है।

दो चर रैखिक समीकरण के हल

1—एक हल (अद्वितीय)

2—अनेक हल(अन्नत हल) हो सकते हैं।

हल होने के लिए प्रतिबन्ध

यदि $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$ एक हल

रैखिकयुग्म से निर्मित ग्राफ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करेगा।

यदि $a_1/a_2 = b_1/b_2 \neq c_1/c_2$ कोई हल नहीं [युग्म से निर्मित ग्राफ पर कोई बिन्दु उभयनिष्ठ नहीं होगा]

यदि $a_1/a_2=b_1/b_2=c_1/c_2$ अनेक हल [युग्म से निर्मित ग्राफ पर अनेक बिन्दु उभयनिष्ठ होंगे और एक ही रेखा दिखाई पडती है]

यदि $a_1/a_2 \neq b_1/b_2 \neq c_1/c_2$ संगत हल भी कहते हैं [संगत हल होने के लिए कुछ न कुछ हल होना चाहिए एक या अनेक हल]

यदि $a_1/a_2=b_1/b_2 \neq c_1/c_2$ कोई हल नहीं (असंगत)

इस प्रकार गुणांकों की तुलना करके हम यह पता लगा सकते हैं कि समीकरण निकाय युग्म से निर्मित प्रतिच्छेद करती है। सम्पाती है या समान्तर है और साथ ही संगत और असंगत हल

उदाहरण— $2x-y+5=0$

$$x+3y+4=0$$

$$a_1=a_2 \quad b_1=-1 \quad c_1=5$$

$$a_2=1 \quad b_2=3 \quad c_2=4$$

गुणांकों की तुलना करने पर

$$1- a_1/a_2=2/1 \quad b_1/b_2=1/3 \quad c_1/c_2=5/4$$

यहाँ $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$ अतः रेखा युग्म एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करता है और संगत हल है।

$$2- 3x+4y+5=0$$

$$6x+8y+7=0$$

$$a_1/a_2=3/6=1/2 \quad b_1/b_2=4/8 =1/2 \quad c_1/c_2=5/7$$

यहाँ $a_1/a_2=b_1/b_2 \neq c_1/c_2$ अतः रेखा युग्म समान्तर हैं और असंगत हल है।

$$3- x+y+5=0$$

$$2x+2y+10=0$$

$$a_1/a_2 =1/2 \quad b_1/b_2=1/2 \quad c_1/c_2=5/10=1/2$$

यहाँ $a_1/a_2=b_1/b_2=c_1/c_2$ रेखा युग्म सम्पाती है संगत हल है।

समीकरण युग्म हल करने की विधियाँ

1- प्रतिस्थापना विधि-

इस विधि में किसी एक समीकरण से जिससे आसान हो एक चर का मान दूसरे चर के रूप में व्यक्त करते हैं और दूसरे समीकरण में रखते हैं। एक चर बना लते हैं। पुनः इस चर का मान किसी समीकरण में रखने पर दूसरे चर का मान ज्ञात हो जाता है।

जैसे - $s - t = 3$ -----**(1)**

$s/3 + t/2 = 6$ दुसरी समीकरण को सरल करने पर

$$s/3 + t/2 = 6$$

$$2s+3t/6 = 6$$

या $2s+3t=36$ -----**(2)**

(1) और **(2)** को साथ रखने पर

$$s-t=3$$
-----**(1)**

$$2s+3t=36$$
-----**(2)**

समी **(1)** से $s=3+t$

समी **(2)** में रखने पर $2(3+t)+3t=36$

$$6+2t+3t=36$$

$$6+5t=36$$

$$5t=36-6$$

$$5t=30$$

$$T=30/5=6$$

t का यह मान समी **(1)** में रखने पर

$$s-6=3$$

$$s=3+6$$

$s=9$ अतः $s=9$ $t=6$ सभी युग्म का हल है।

समीकरण युग्म हल करने की विलोपन विधि—

इस विधि में दोनों समीकरणों के किसी एक चर के गुणांक समान बनाये जाते हैं फिर जोड़ा या धटाया जाता है यदि चिन्ह विपरीत है तो जोड़ते हैं और एक जैसे है तो धटाये जाते हैं। धटाने पर चिन्ह बदल जाते हैं।

जैसे $-2x+3y=5$ -----**(1)**

$$x+2y=4$$
-----**(2)**

y के गुणांक समान बनाने के लिये समी **(1)** को **2** से तथा समी **(2)**को **3** से गुणा करने पर प्राप्त समीकरण $4x+6y=10$ -----**(1)**

धटाने पर $3x+6y=12$ -----**(2)**

$$X = - 2$$

x का यह मान समी **(1)** में रखने पर $2 X (-2) +3y=5$

$$-4+3y=5$$

$$3y=5+4$$

$$3y=9$$

$$Y=9/3=3$$

अतः समी युग्म का हल $x = - 2$

$$y = 3$$

समीकरण हल करने की वज्र गुणन विधि

इस विधि में चरों के गुणांकों को लेते हैं

जैसे $a_1x + b_1y + C_1 = 0$

$$a_2x + b_2y + C_2 = 0$$

समीकरणों को इस रूप में लिखा जाता है। फिर निम्न तरीके से रखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 x \qquad \qquad \qquad y \qquad \qquad \qquad 1 \\
 \hline
 \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x \qquad \qquad \qquad y \qquad \qquad \qquad 1 \\
 \hline
 \frac{b_1 \times c_2 - c_1 \times b_2}{a_1 \times b_2 - b_1 \times a_2} = \frac{c_1 \times a_2 - a_1 \times c_2}{a_1 \times b_2 - b_1 \times a_2} = \frac{a_1 \times b_2 - b_1 \times a_2}{a_1 \times b_2 - b_1 \times a_2}
 \end{array}$$

चिन्हों का ध्यान रखना आवश्यक है।

$$\begin{array}{r}
 \frac{b_1 \times c_2 - c_1 \times b_2}{a_1 \times b_2 - b_1 \times a_2} \qquad \qquad \qquad \frac{c_1 \times a_2 - a_1 \times c_2}{a_1 \times b_2 - b_1 \times a_2} \\
 x = \frac{\quad}{\quad} \qquad \qquad \qquad y = \frac{\quad}{\quad}
 \end{array}$$

उदाहरण

समीकरण युग्म को वज्र गुणन विधि से हल कीजिए

$$2x - 3y + 4 = 0$$

$$3x - 2y + 5 = 0$$

$$a_1 = 2 \quad b_1 = -3 \quad c_1 = 4$$

$$a_2 = 3 \quad b_2 = -2 \quad c_2 = 5$$

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{5} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{-15} + \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{12} + \frac{y}{10} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{-7} + \frac{y}{2} = \frac{1}{5}$$

अतः $x = -7$ $y = 2$

समीकरण युग्म के हल है गुणनफल - होने पर $-(-) = +$ हो जाता है
समीकरण युग्मों को ग्राफीय विधि से हल करना
इस विधि में दोनों समीकरणों के हल अलग अलग तालिका में रखते हैं। फिर ग्राफ
खिंचते हैं और उभय निष्ठ हल ही समीकरण युग्म का हल है।
जैसे

$$2x + y - 6 = 0 \text{-----} 1$$

$$4x - 2y - 4 = 0 \text{-----} 2$$

समी0 1से

$$y = 6 - 2x$$

xके मान रखने पर y के मान प्राप्त किये जा सकते हैं।

$$2x + y - 6 = 0$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 6 | 4 | 2 | 0 |

समीकरण 2 से

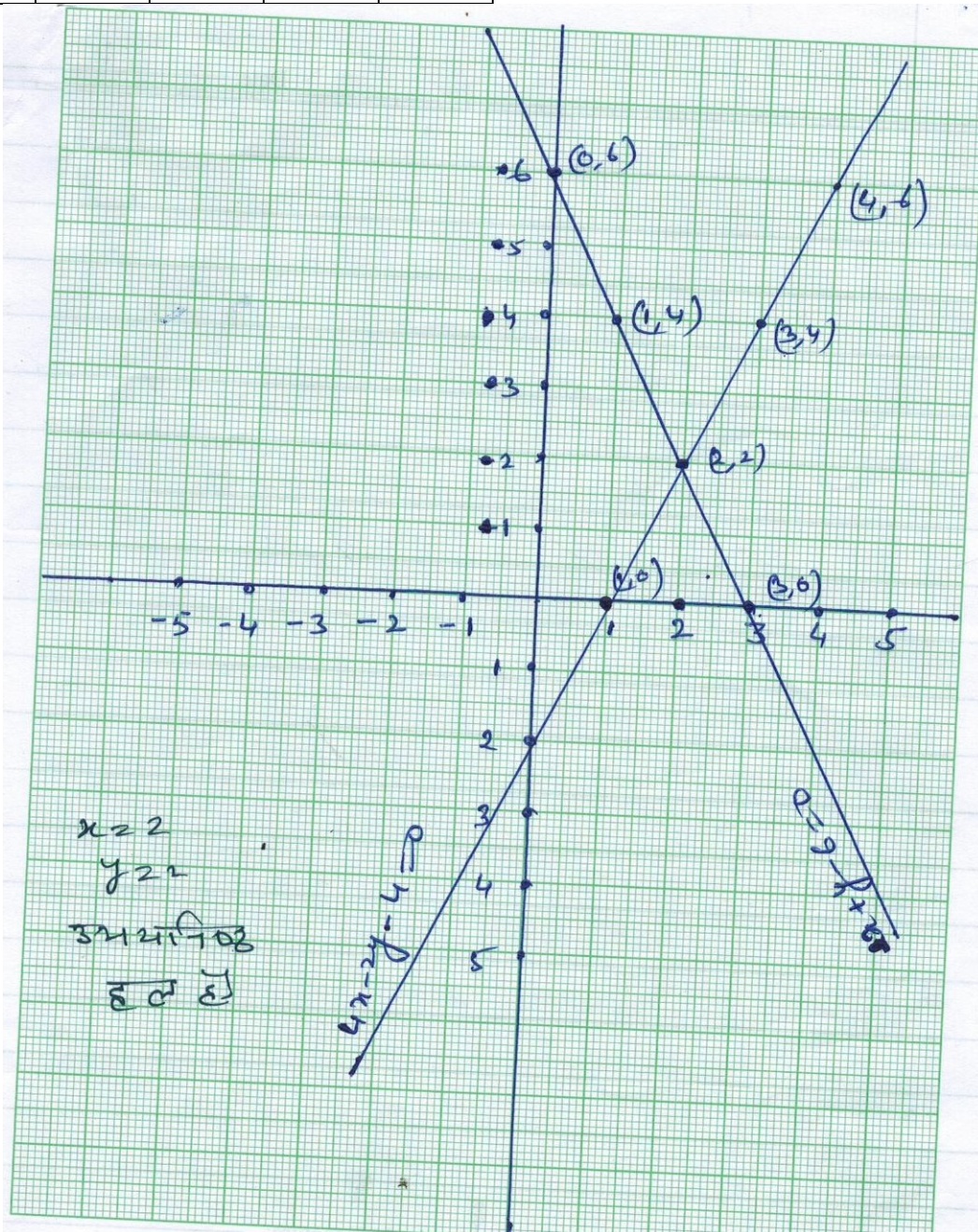
$$-2y = 4 - 4x$$

$$-2y = 2[2 - 2x]$$

$$y = 2x - 2$$

$$4x - 2y - 4 = 0$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 0 | 2 | 4 | 6 |



कुछ प्रश्नों को गणितीय रूप में लिख कर के उपर्युक्त विधि से हल किया जा सकता है—

- 1 दो संख्याओं का अन्तर 26 है और एक संख्या दुसरी संख्या की तीन गुनी है। उन्हें ज्ञात कीजिए

माना एक संख्या =x

दुसरी =y

पहली शर्त से $x-y=26$

दुसरी शर्त से $x=3y$
सकता है

प्रतिस्थापन विधि से हल किया जा

$$x-y=26$$

$$x=3y$$

$$3y-y=26$$

$$2y=26$$

$$Y=26/2=13$$

$$X=3 \times 13=39$$

- 2 यदि किसी भिन्न के अंश और हर में दो जोड़ दिया जाए तो वह $9/11$ हो जाती है यदि अंश और हर दोनों में तीन जोड़ दिया जाय तो वह $5/11$ हो जाती है वह भिन्न ज्ञात कीजिए
- 3 पंच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की आयु की तीन गुनी थी दस वर्ष पंचात नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जायेगी नूरी और सोनू की आयु कितनी है।

इसी प्रकार पुस्तक से अन्य प्रश्न हल किये जा सकते है।

संदर्भ—

1 स्वयं

2 प्रश्नों हेतु एन0 सी0 इ0आर0टी0पुस्तक

ANIL KUMAR PANDEY

A.T. MATHS

G.I.C. BHATERI